**Một số biện pháp giúp học sinh tìm chữ số tận cùng của lũy thừa**

**1. LÝ DO CHỌN ĐỀ TÀI**

## Trong trường trung học cơ sở môn toán giữ một vị trí quan trọng, các kiến thức của môn toán là công cụ thiết yếu giúp học sinh học tốt các môn học khác và hoạt động hiệu quả trong mọi lĩnh vực. Đồng thời môn toán còn giúp học sinh có năng lực và phẩm chất trí tuệ, rèn luyện cho học sinh khả năng tư duy tích cực, độc lập, sáng tạo; giáo dục cho học sinh tư tưởng đạo đức và giá trị thẩm mỹ.

Toán học đòi hỏi ở học sinh tính tự học, sáng tạo, tự tìm tòi và khám phá ra các kiến thức mới. Là một môn học được coi là khó với đại đa số học sinh bởi kiến thức về toán học rất nhiều những công thức, định lý, hệ quả, quy tắc làm cho học sinh khó nhớ, khó vận dụng làm bài sau mỗi một chương, một học kỳ, hay sau một năm học. Sau khi trực tiếp giảng dạy môn toán lớp 6 và ôn thi HSG môn MTBT lớp 9, tôi thấy các bài toán vê tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa, chữ số hàng trăm, hàng nghìn của một số là một bài toán khó vì học sinh thường không nắm vững phương pháp giải. Vì vậy học sinh thường ngại khó khi gặp dạng toán này.

Vậy làm thế nào để học sinh dễ nắm vững các kiến thức, các phương pháp giải về tìm chữ số tận cùng của một lũy thừa? Từ thực tế giảng dạy, qua trao đổi với đồng nghiệp và tham khảo tài liệu tôi đã rút ra được một số phương pháp tìm một, hai, ba chữ số tận cùng của một lũy thừa bằng phương pháp số học 6 mà có thể không cần sử dụng đến các phương pháp phức tạp hơn như phương pháp đồng dư thức ,…Với phương pháp này , tôi tin rằng học sinh sẽ dễ tiếp thu và giải thành thạo dạng toán này trong bồi dưỡng học sinh giải toán qua mạng Internet lớp 6 và bồi dưỡng nâng cao cho học sinh khá, giỏi, thi các cấp.

**2. Nội dung và cách thức thực hiện giải pháp, biện pháp:**

1. **Tìm một chữ số tận cùng:**

**Cách 1:**

Để tìm một chữ số tận cùng của một lũy thừa, ta chú ý rằng:

* Các số có tận cùng bằng 0, 1, 5, 6 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có tận cùng bằng 0, 1, 5, 6.



-Các số có tận cùng bằng 2, 4, 8 nâng lên lũy thừa bậc 4 thì được số có tận cùng bằng 6.



-Các số có tận cùng bằng 3, 7, 9 nâng lên lũy thừa bậc 4 thì được số có tận cùng bằng 1.



**Hoặc:**

* Các số có tận cùng 4 nâng lên lũy thừa bậc lẻ thì được số có tận cùng bằng 4. Các số có tận cùng 4 nâng lên lũy thừa bậc chẵn thì được số có tận cùng bằng 6.



* Các số có tận cùng 9 nâng lên lũy thừa bậc lẻ thì được số có tận cùng bằng 9. Các số có tận cùng 9 nâng lên lũy thừa bậc chẵn thì được số có tận cùng bằng 1.



**Bài 1**: Tìm chữ số tận cùng của:

1. 20092008

Ta có: 2009 có chữ số tận cùng là chữ số 9, 2008 là số mũ chẵn.

Vậy chữ số tận cùng của 20092008 là 1.

1. 22009

Ta có: 22009 = (24)502.2 = (16)502.2 = 

Vậy chữ số tận cùng của 22009 là 2.

1. 71993

Ta có: 71993 = (74)498. 7 

Vậy chữ số tận cùng của 71993 là 7

**Bài 2:** a) Tìm chữ số hàng đơn vị của:

171983 + 111983 - 71983

Ta có: 171983 = (174)495.173 = 

111983 =

71983 = 

* Chữ số hàng đơn vị của số 171983 + 111983 - 71983 là (3 + 1 – 3) = 1

1. Tìm chữ số cuối cùng của tổng



Đặt 



Ta có: 2101 = (24)25.2 = (16)25.2 = 

Do đó:  có chữ số tận cùng bằng 0.

Vậy chữ số cuối cùng của tổng

là 0

**Bài 3**: a) Hỏi số sau đây là phân số hay số nguyên?

a = 0,7.(20012004 + 20032006)

Ta có: 20012004 =

20032006 = (20034)501.32 = 

Suy ra: 20012004 + 20032006 có chữ số tận cùng bằng 0.

Do đó: a = 0,7.(20012004 + 20032006) là số nguyên.

b)Chứng tỏ rằng số

A = 0,3.(19831983- 19171917) là số nguyên.

Ta có 19831983 = (19834)495.19833 =

19171917 = (19174)479. 1917 = 

Suy ra: 19831983- 19171917 có chữ số tận cùng bằng 0.

Do đó: A = 0,3.(19831983- 19171917) là số nguyên.

c)Số sau đây có nguyên hay không?

x= 0,8.(19941994 – 19941990)

Ta có: 19941994 và 19941990 cùng có chữ số tận cùng bằng 4 và đều có số mũ chẵn.

Suy ra: 19941994 - 19941990 có chữ số tận cùng bằng 0.

Do đó: x= 0,8.(19941994 – 19941990)Z

**Cách 2: a) n4k + 1 và n có cùng chữ số hàng đơn vị**

**b) Tổng quát: a4n+k và ak (****) có cùng chữ số hàng đơn vị.**

Chứng minh: **n4k + 1 và n có cùng chữ số hàng đơn vị**

n5  - n 2, 

n5  - n 5, 

Mà ƯCLN(2,5) = 1 nên n5  - n 10, 

Ta lại có: n4k + 1  - n = n(n4k – 1)  n(n4  - 1)

* n4k + 1  - n 10 

Ta suy ra: n4k + 1 và n ()có cùng chữ số hàng đơn vị.

**Tổng quát: a4n+k và ak (****) có cùng chữ số hàng đơn vị.**

**Bài 4**: a) Tìm chữ số tận cùng của tổng:



Giải:

Hai số a4n + k và ak ,  có cùng chữ số hàng đơn vị

Ta có: 

Và P = 2 + 3 + 4 + …. + 502

Có cùng hàng đơn vị

Ta có: Tổng P = 504.501:2 = 252.501 = có chữ số tận cùng bằng 2.

Vậy chữ số tận cùng  là chữ số 2.

b)Tìm chữ số hàng đơn vị trong biểu diễn ở hệ thập phân của số

A = 172005 + 72005 + 372005

Hai số a4n + k và ak ,  có cùng chữ số hàng đơn vị

Do đó số A = 172005 + 72005 + 372005 có cùng chữ số hàng đơn vị với

B = 17 + 7 + 37 = 61

Vậy chữ số hàng đơn vị của A là 1.

**Bài 5:** Chứng tỏ rằng với mọi số tự nhiên n:

1. 74n – 1 chia hết cho 5;
2. 34n + 1 + 2 chia hết cho 5;
3. 24n + 2 + 1 chia hết cho 5;
4. 92n + 1 + 1 chia hết cho 10;

Giải:



1. **Tìm hai chữ số tận cùng:**

Để tìm hai chữ số tận cùng của một lũy thừa, ta chú ý rằng:

* Các số có tận cùng bằng 01, 25, 76 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có tận cùng bằng 01, 25, 76.



* Các số 320(hoặc 815), 74, 512, 992 có tận cùng bằng 01.
* Các số 220 , 65, 184, 242, 684,742 có tận cùng bằng 76.

**Bài 6:** Tìm hai chữ số cuối cùng của:

1. 2999

Ta có: 2999 = (220)49. 219 = 

Vậy hai chữ số cuối cùng của 2999 là 88

1. 71991

Ta có: 71991 = (74)497.73 = 

Vậy 71991 có hai chữ số cuối cùng bằng 43

1. 2100

Ta có: 2100 = (220)5 = 

Vậy 2100 có hai chữ số tận cùng bằng 76

1. 5151

Ta có: 5151 = (514)12.513 = 

Vậy 5151 có hai chữ số tận cùng bằng 51.

1. 3999

Ta có 3999 = (320)49.319 = 

Vậy 3999 có hai chữ số tận cùng bằng 67

1. 14101.16101

Ta có: 14101.16101 = (14.16)101 = 224101 = (2242)50.224

= 

Vậy 14101.16101 có hai chữ số tận cùng bằng 24

**Bài 7**: Tìm hai chữ số tận cùng của:





Giải



+) Ta có: 99 – 1= (9 – 1).(98 + 97 + 96 + … + 1)  4

Suy ra: 99 = 4k + 1 (kN)

Do đó: = 74k + 1 = (74)k.7 = (2401)k.7 = có hai chữ số tận cùng là 07



+) Ta có: 9999 = 2k + 1 (kN)

Nên = 992n + 1 = (992)n.99 = (9801)n.99 = 

Vậy  có hai chữ số tận cùng là 99.

**Bài 8:** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n khác 0, ta có



Giải:

Ta có:



Do đó: 

1. **Tìm ba chữ số tận cùng trở lên:**

Để tìm ba chữ số tận cùng trở lên của một lũy thừa, ta chú ý rằng:

* Các số có tận cùng bằng 001, 625, 376 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có tận cùng bằng 001, 625, 376.



* Số có tận cùng bằng 0625 nâng lên lũy thừa nào (khác 0) cũng có tận cùng bằng 0625.



**Bài 6**: Tìm ba chữ số tận cùng của

a) 

Giải:

Trước hết ta tìm hai chữ số tận cùng của 92003

Ta có:



1. 2014500

Ngoài cách làm trên ta có thể sử dụng tính chất:

Nếu aN và (a,5) = 1 thì a100 - 1125

Ta có 2014500 = (2014100)5

Do (2014,5) = 1 nên 2004100 – 1125

Suy ra 2014100 chia cho 125 dư 1

Suy ra (2014100)5 chia cho 125 dư 1

Do đó 2014500 chỉ có thể tận cùng là 126,251, 376, 501, 626,751, 876.

Do 2014500 chia hết cho 8 nên chỉ có thể tận cùng là 376.

**Bài 7:** Tìm 4 chữ số tận cùng của 52005

Ta có: 52005 = (54)501.5 = (625)501.5=(0625)501.5 =

Vậy 4 chữ số tận cùng của số 51992 là 3125.

**Bài 8:** Tìm ba chữ số tận cùng của

1. 51000
2. 29n.69n 
3. 3n+3.667n+1 

Giải:







**Bài 9:** Chứng tỏ rằng:

 chia hết cho 1000

 tận cùng bằng 002

Giải:





**Bài 10:** Tìm ba chữ số cuối cùng của số



Trong đó m là một số tự nhiên bất kỳ khác 0.

Giải:

Giả sử m là một số có dạng



Với a, b  N và 

Ta có:



Ta suy ra: 3 chữ số cuối cùng của số



chính là 3 chữ số cuối cùng của số



trong đó b là chữ số hàng đơn vị của m.

Xét các khả năng sau:

1. Trường hợp b = 0

Chữ số cuối cùng của số  là ba chữ số 0.

=

1. Trường hợp b = 5

Ta có:



Suy ra: có ba chữ số cuối cùng là 625

Vậy 3 chữ số cuối cùng của là 625.

1. Trường hợp b = 1,3,7,9

Ta có: 

Trong trường hợp này b4 có dạng

b4 = 10n + 1



Suy ra: có ba chữ số cuối cùng là 001.

1. Trường hợp b = 2,4,6,8

Trong trường hợp này b4 có dạng:

b4 = 5q + 1



Ta có chia hết cho 8 và chia cho 125 dư 1

Ta có: b100 = 1000f + 

Do đó số  chia hết cho 8 và chia cho 125 dư 1.

Suy ra  = 1,126,251,501,626,751,876



3 chữ số cuối cùng của số b100 trong trường hợp này là 376

Vậy : 3 chữ số cuối cùng của số m100 , m là một số tự nhiên bất kỳ, là:

* 000 nếu m có chữ số hàng đơn vị là 0.
* 625 nếu m có chữ số hàng đơn vị là 5.
* 001 nếu m có chữ số hàng đơn vị là 1,3,7,9.
* 376 nếu m có chữ số hàng đơn vị là 2,4,6,8.

1. **Kết quả khảo nghiệm, giá trị khoa học của vấn đề nghiên cứu :**

Sau một thời gian áp dụng và nghiên cứu tôi thu được nhiều kết quả đáng kể, học sinh lớp 6 bước đầu đã làm quen, nhận dạng và giải các bài toán về tìm chữ số tận cùng của lũy thừa dần thành thạo, các em đã không còn bỡ ngỡ và tỏ ra khá quen thuộc, tìm ra cách giải cho các bài toán nâng cao.

**4, Kết luận:**

Như vậy từ chỗ học sinh lúng túng trong kiến thức và phương pháp, thậm chí còn tỏ thái độ không thích khi gặp dạng toán này. Qua thực tế giảng dạy với hệ thống kiến thức nêu trên học sinh đã giải thành thạo các dạng toán tìm chữ số tận cùng trong các trường hợp cụ thể. Khi nắm vững kiến thức và phương pháp giải học sinh sẽ có được sự hứng thú góp phần tạo ra niềm say mê trong học tập từ đó nâng cao chất lượng trong dạy học bộ môn toán.

Những phương pháp được trình bày trong sáng kiến kinh nghiệm này chỉ là những phương pháp giải một số dạng toán cụ thể theo phương pháp số học lớp 6. Hy vọng rằng với phương pháp này sẽ giúp cho giáo viên bộ môn toán trong quá trình bồi dưỡng học sinh giỏi có thêm kinh nghiệm bồi dưỡng học sinh đạt kết quả cac trong các kỳ thi các cấp. Dù đã cố gắng tìm tòi song kinh nghiệm bản thân còn hạn chế nên trong cách trình bày không tránh khỏi những sơ suất và thiếu sót. Nên tôi rất mong sự giúp đỡ của các thầy cô và các bạn đồng nghiệp để đề tài tôi trình bày trên được hoàn chỉnh hơn và tôi có thể rút kinh nghiệm trong quá trình giảng dạy trong những năm tiếp theo.