

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $B = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} - 3\sqrt{2}$.

2. Cho các số thực $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn: $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 \neq c^2$, $b^2 + c^2 \neq a^2$, $c^2 + a^2 \neq b^2$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = \frac{a^2}{a^2 - b^2 - c^2} + \frac{b^2}{b^2 - c^2 - a^2} + \frac{c^2}{c^2 - a^2 - b^2}$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Giải phương trình: $x^2 + 6x + 1 = (2x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 3}$.

2. Cho đường thẳng (d) có phương trình $y = (m - 1)x + m + 3$ (với m là tham số). Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) bằng 3 đơn vị.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Cho hai đa thức: $P(x) = x^4 - 2x^3 + 7x^2 + ax + b - 2$ và $Q(x) = x^2 + 2$ (với $a, b \in \mathbb{R}$).

Tìm a, b để đa thức $P(x)$ chia hết cho đa thức $Q(x)$.

2. Tìm các cặp số tự nhiên (x, y) thỏa mãn: $3^x + 171 = y^2$.

Câu 4. (6,0 điểm)

1. Cho $\triangle ABC$ nhọn. Vẽ đường tròn (O) , đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt ở D, E . Gọi I là hình chiếu của A trên BC , H là giao điểm của AI và CD . Chứng minh rằng:a. Ba điểm B, H, E thẳng hàng và bốn điểm A, D, H, E cùng thuộc một đường tròn.b. Đường thẳng OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ADE$.

2. Tìm hình vuông có kích thước nhỏ nhất để trong hình vuông đó có thể sắp xếp được 5 hình tròn có bán kính bằng 1, sao cho không có hai hình tròn bất kì nào trong chúng có điểm chung.

Câu 5. (1,0 điểm)

Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $\frac{x - y\sqrt{2019}}{y - z\sqrt{2019}}$ làsố hữu tỉ và $x^2 + y^2 + z^2$ là số nguyên tố.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:Số báo danh