

Câu 1: (4 điểm)

Cho biểu thức: $P = \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{2x + \sqrt{x} - 1}{1-x} + \frac{2x\sqrt{x} + x - \sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn P
- Chứng minh: $P > 1$

Câu 2: (3,5 điểm)

Giải phương trình:

$$\sqrt{x-4\sqrt{x-1}+3} + \sqrt{x-6\sqrt{x-1}+8} = 1$$

Câu 3: (4 điểm)

- Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $6x^2y^3 + 3x^2 - 10y^3 = -2$
- Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn điều kiện: $x + y + z = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$

Câu 4: (7 điểm)

- Cho hai đường tròn (O, R) và đường tròn (O', $\frac{R}{2}$) tiếp xúc ngoài nhau tại A.

Trên đường tròn (O) lấy điểm B sao cho $AB = R$ và điểm M trên cung lớn AB. Tia MA cắt đường tròn (O') tại điểm thứ 2 là N. Qua N kẻ đường thẳng song song với AB cắt đường thẳng MB ở Q và cắt đường tròn (O') ở P.

- Chứng minh: Tam giác OAM đồng dạng với tam giác O'AN
- Tính: NQ theo R.

c. Xác định vị trí của M để diện tích tứ giác ABQN đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất theo R.

- Cho tam giác ABC và một điểm O nằm trong tam giác đó. Các tia AO, BO, CO cắt các cạnh BC, CA, AB theo thứ tự tại M, N, P.

Chứng minh rằng: $\frac{OA}{AM} + \frac{OB}{BN} + \frac{OC}{CP} = 2$

Câu 5: (1,5 điểm)

Cho hai số dương x, y thỏa mãn điều kiện $x^3 + y^3 = x - y$.

Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 < 1$

—————Hết—————

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:; SBD:.....; Phòng thí:.....