

Bài 1. (5.0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{a-3\sqrt{a}}{a-9}\right) : \left(\frac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}+3} + \frac{\sqrt{a}-3}{2-\sqrt{a}} - \frac{9-a}{a+\sqrt{a}-6}\right)$.

- Nêu điều kiện xác định và rút gọn P.
- Tìm a để $P + |P| = 0$.
- Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để $P \in \mathbb{Z}$.

Bài 2. (5.0 điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = 2$.

b) Giải phương trình: $(\sqrt{x+5} - \sqrt{x+2})(1 + \sqrt{x^2 + 7x + 10}) = 3$.

c) Tìm nghiệm là các số tự nhiên của phương trình: $xy - 4x = 35 - 5y$.

Bài 3. (4.0 điểm)

1. Tìm các số tự nhiên x sao cho $17 + x^2$ là một số chính phương.

2. Chứng minh bất đẳng thức: $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}$ với $a > b > 0$.

Bài 4. (1.0 điểm)

Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z} \geq 2$. Tìm GTLN của $P = xyz$.

Bài 5. (5.0 điểm)

Cho hình vuông ABCD có cạnh là a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Lấy điểm E thuộc BC sao cho $BE = \frac{1}{2}EC$. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng AE và CD. Trên tia đối của tia DC lấy điểm I sao cho $DI = BE$.

a) Chứng minh: $AO \cdot AC = a^2$ và $\frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2}$.

b) Trên tia đối của tia CB lấy điểm N sao cho $CN = CM$. Chứng minh tam giác BOE đồng dạng với tam giác BND.

c) Lấy điểm F thuộc tia đối của tia CD sao cho $CF = \frac{a}{2}$, gọi H là giao điểm của AM và BF. Chứng minh $CH \perp AM$.

----- HẾT -----

<https://thcs.toanmath.com/>

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: